International Conference *APLIMAT 2007*

RIEŠENIE KONTAKTNÝCH PROBLÉMOV POUŽITÍM MEDZEROVÝCH KONEČNÝCH PRVKOV

ŽMINDÁK Milan, MELICHER Richard, ŠTEFANIČIAK Maroš

Cieľom tohto príspevku je odvodenie efektívnej procedúry pre analýzu 2D kontaktu použitím štvoruholníkových konečných prvkov a nelineárnych MP prvkov. Algoritmus riešenia a jeho implementácia je v jazyku C++ a výsledky sa porovnávali s MKP programom ADINA.

- **Úvod do problematiky**
- **Vlastností medzerových prvkov**
- **Princíp algoritmu riešenia kontaktu**
- **Popis programu a funkcií**
- **Ilustračný príklad**
- **Záverečné zhrnutie**

Úvod do problematiky

- kontaktné problémy v mechanike telies obsahujú trenie medzi dvoma a viacerými tuhými alebo poddajnými telesami
- mechanické zaťaženie sa prenáša interakciou medzi týmito telesami
- zložitosť riešenia kontaktu v nelineárnom charaktere kontaktu
- dôležitou podmienkou v riešení kontaktu je nepreniknuteľnosť telies

Podmienky nepreniknuteľnosti telies

Na splnenie podmienky nepreniknuteľnosti telies sa používajú dva prístupy:

- **postup ohraničenia na posunutia sa zahrnú priamo do formulácie - treba najprv identifikovať body kontaktu. Podmienku nepreniknuteľnosti môžeme zaviesť viacerými spôsobmi. Jednou z možností je definovať kontaktné sily použitím metódy Lagrangeových multiplikátorov alebo metódy pokutových funkcií.**

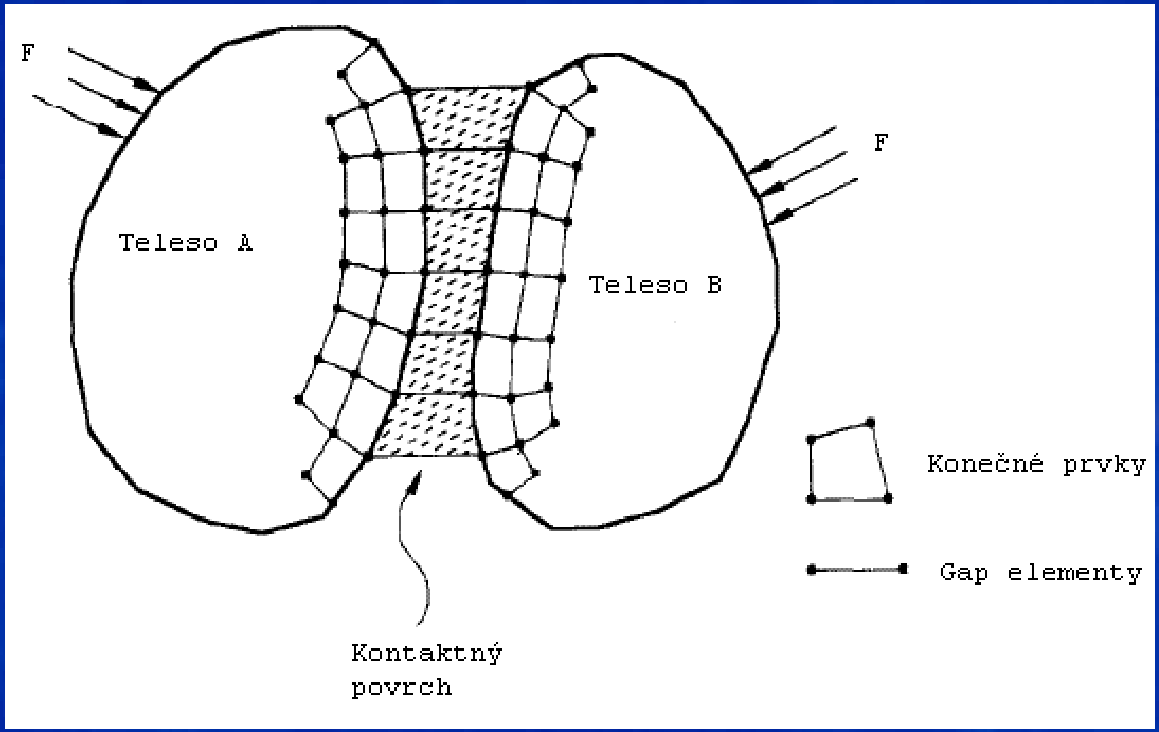
- **MP medzerové prvky (*gap elements*) na spojenie uzlov, ktoré môžu prísť do kontaktu - MP s veľkou tuhosťou, ktoré spájajú páry uzlov v oblasti kontaktu. Kontakt sa modeluje zadaním nelineárnej charakteristiky tuhosti elementu v závislosti na polohe uzlov. *Nevýhodou použitia MP je, že musíme vedieť kde nastane kontakt. Výhodou použitia MP je, že nevyžadujú zavádzanie nových neznámych alebo špeciálnych algoritmov riešenia.***

Vlastnosti medzerových prvkov

- $\varepsilon > -1{,}0$ **; je to stav pred kontaktom**

- $\varepsilon \leq -1{,}0$ **; dochádza ku kontaktu. V tomto prípade môže dôjsť k:**
  - **prešmykovaniu ak** $\tau \geq \mu|\sigma|$
  - **šmyku ak** $\tau < \mu|\sigma|$, **kde** μ **je koeficient trenia a** τ **je šmykové napätie.**

- $\varepsilon = -1{,}0$**; hrúbka MP je nulová a telesá sú v kontakte v tejto oblasti. Ak** $\varepsilon < -1{,}0$ **znamená to, že dochádza k preniknutiu telies a je potrebné modifikovať tuhosť.**

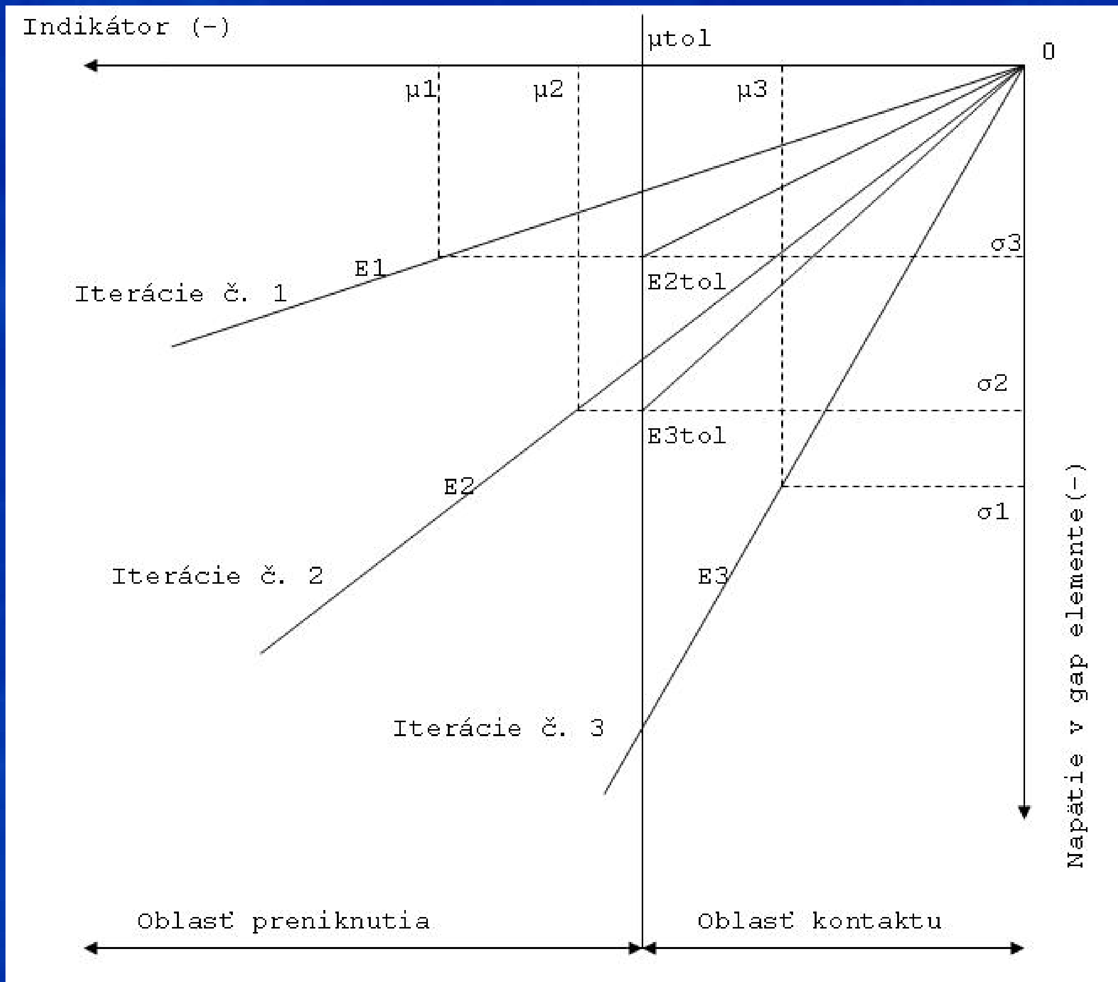


Obr. 1 **Kontakt telies použitím medzerových prvkov**

$$\mu = \frac{d - \delta}{\delta} \tag{1}$$

Medzera medzi telesami je úplne zatvorená, keď μ je rovné nule a telesá sú oddelené, keď μ je väčšie ako nula. Ak hodnota indikátora je menšia ako nula, potom dochádza k preniknutiu telies.

Princíp algoritmu riešenia kontaktu



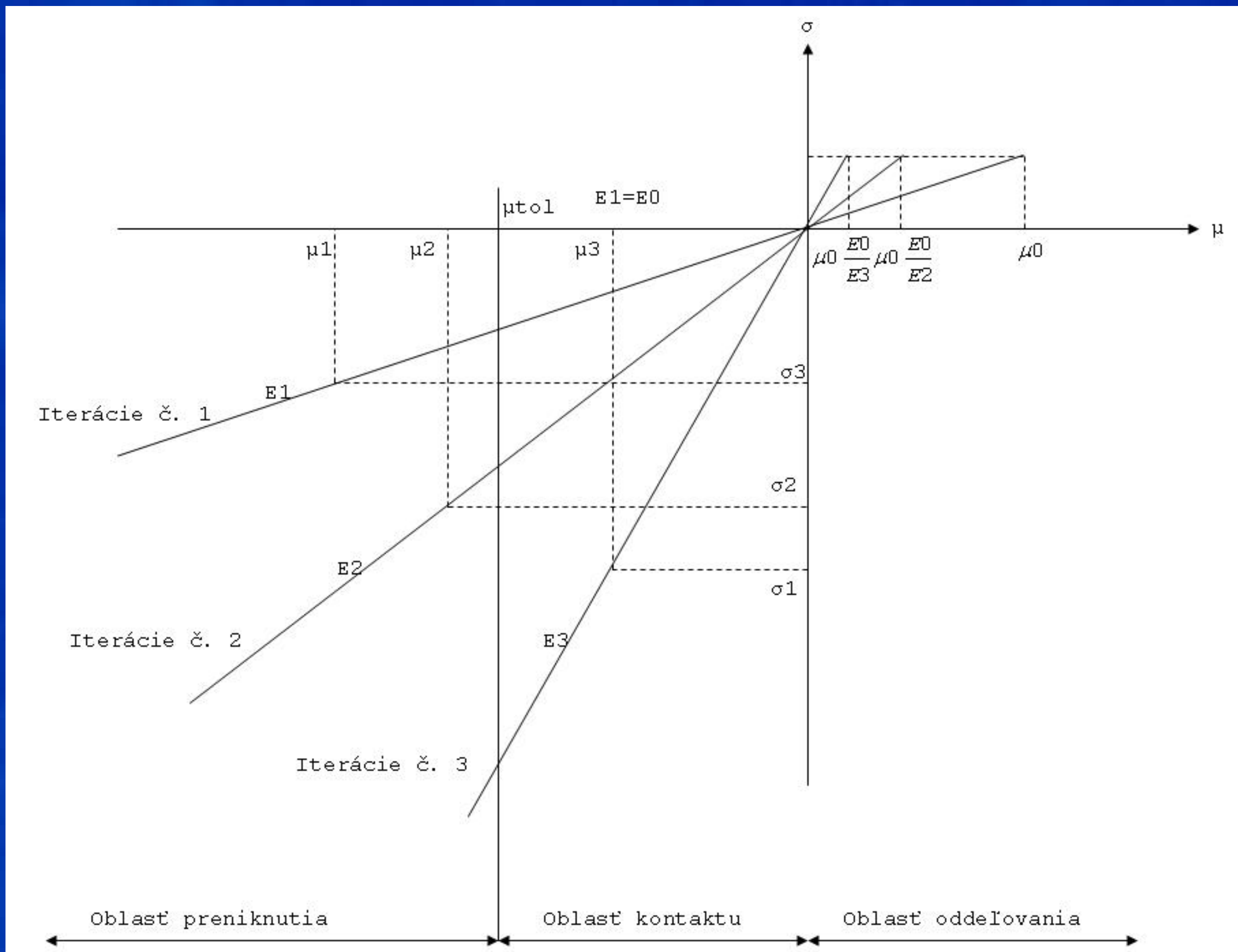
Obr. 2 **Iteračný proces s modifikáciou Youngovho modulu**

Numerický iteračný algoritmus je odvodený z predpokladu, že osové napätie v *i*-tom prvku je počas σ^{i} kontaktu konštantné.

$$\sigma_1^i = E_1^i \mu_1^i = E_2^i \mu_{tol} \qquad (2)$$

$$E_{k+1}^i = E_k^i \frac{\mu_k^i}{\mu_{tol}} (1+\alpha) \qquad (3)$$

α je parameter zrýchlenia na stabilizovanie konver-gencie riešenia. Testy ukázali, že pre dobrú konvergenciu odporúča sa použiť $\alpha = 0{,}01$.



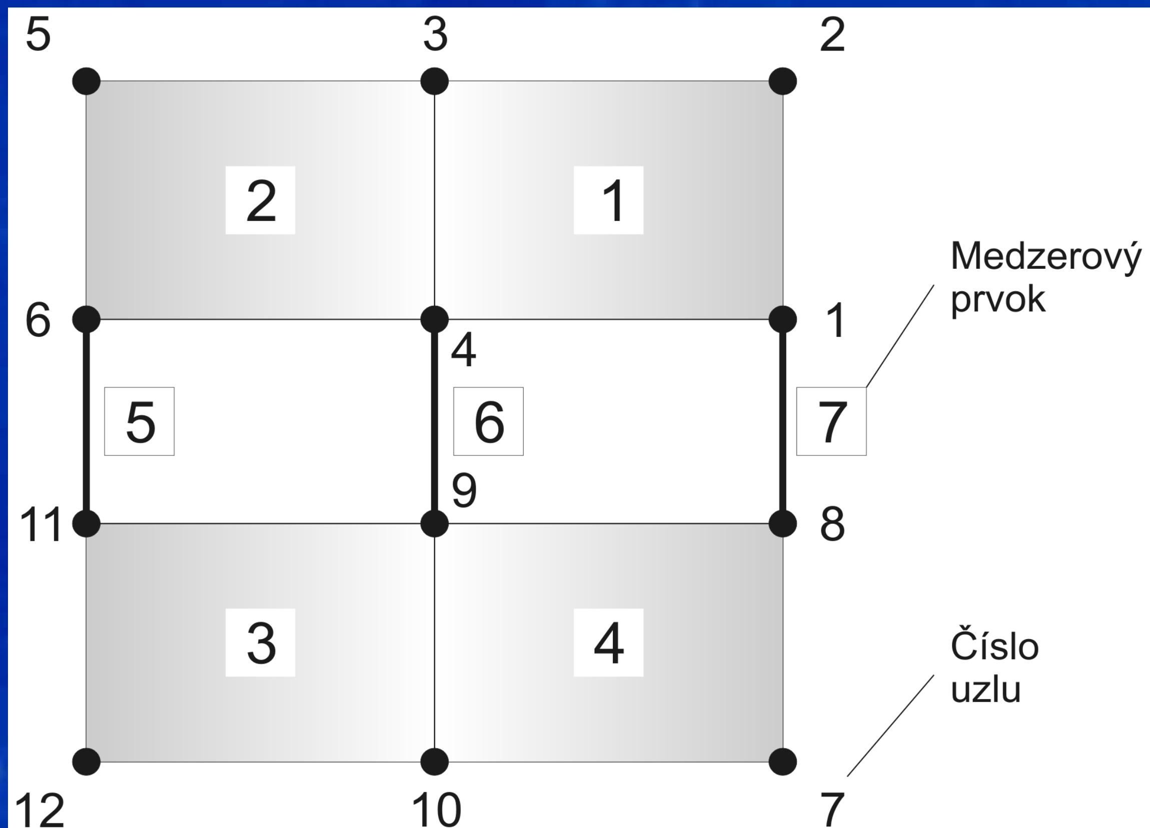
$$\mu_k^{i,acc} = \mu_k^i + \mu_0^i \frac{E_0^i}{E_k^i} \qquad (4)$$

$$E_{k+1}^i = \frac{E_0^i \mu_0^i + E_k^i \mu_k^i}{\mu_{tol}} \left(1+\alpha\right) \qquad (5)$$

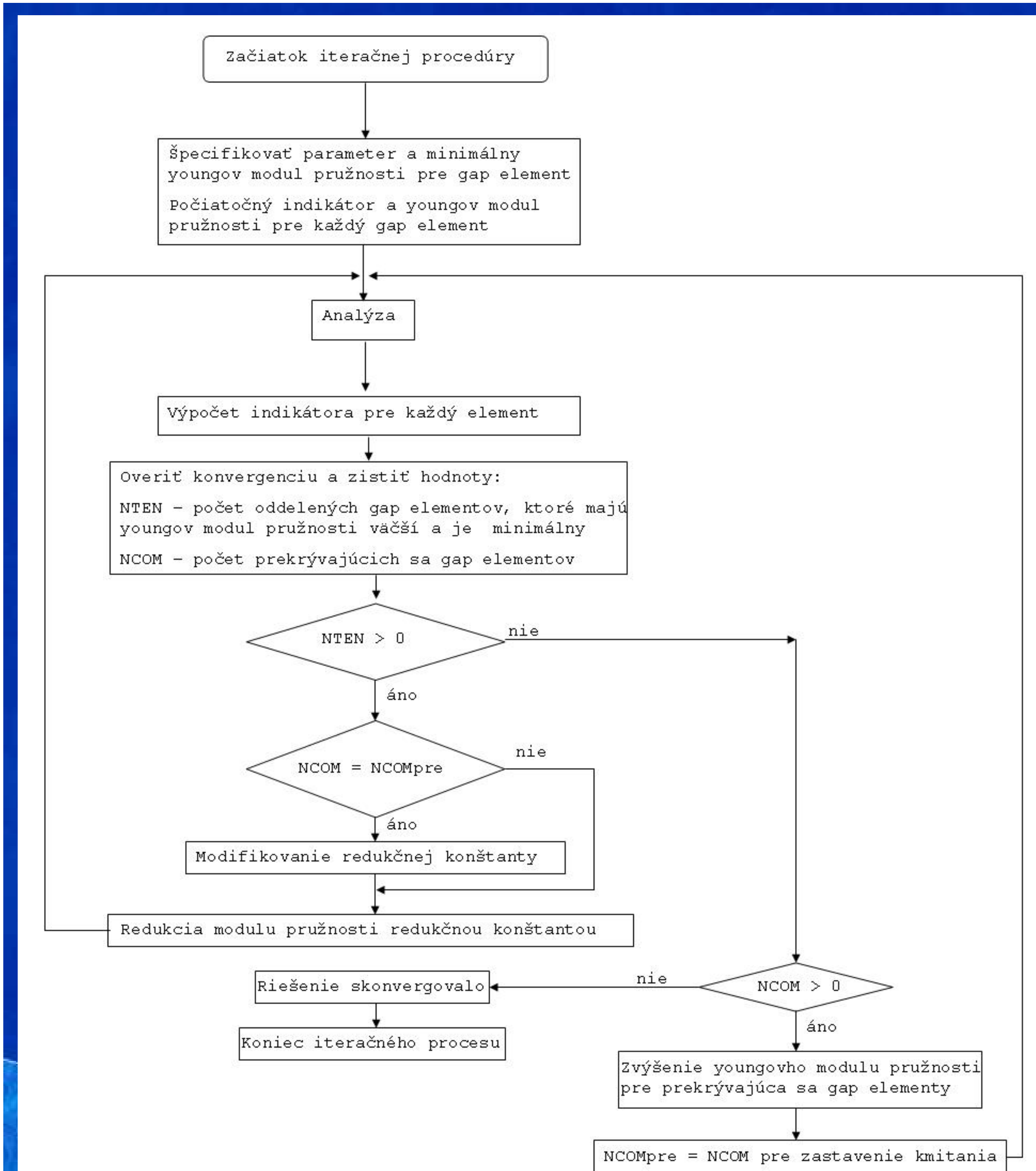
$$E_{k+i}^i = \beta E_k^i \qquad (6)$$

Obr. 3 **Iteračný proces pred kontaktom a v kontakte**

Popis programu a funkcií



Obr. 4 **Príklad siete prvkov a číslovanie prvkov a uzlov**



Obr. 5 **Algoritmus riešenia**

```
double suradniceuzlov[26]={8,3,1,1,0,2,1,1,3,0,1,4,0,0,5,1,2,6,1,3,7,0,3,8,0,2};
```

Veľkosť poľa

Počet riadkov v matici

Počet stĺpcov v matici

Číslo uzla

X - súradnica príslušného uzla

Y - súradnica príslušného uzla

Obr. 6 **Príklad zadania súradníc uzlov "suradniceuzlov"**

```
double elementy[22]={4,5,4,1,2,3,4,2,2,5,0,0,2,3,8,0,0,4,5,6,7,8};
```

Veľkosť poľa

Počet riadkov v matici

Počet stĺpcov v matici

Číslo prvku

Číslo príslušných uzlov prvku

Obr. 7 **Príklad zadania príslušných uzlov prvku do "elementy"**

```
double material[10]={2,4,4,0.3,1,120000,2,0.1,1,0};
```

Veľkosť poľa

Počet riadkov v matici

Počet stĺpcov v matici

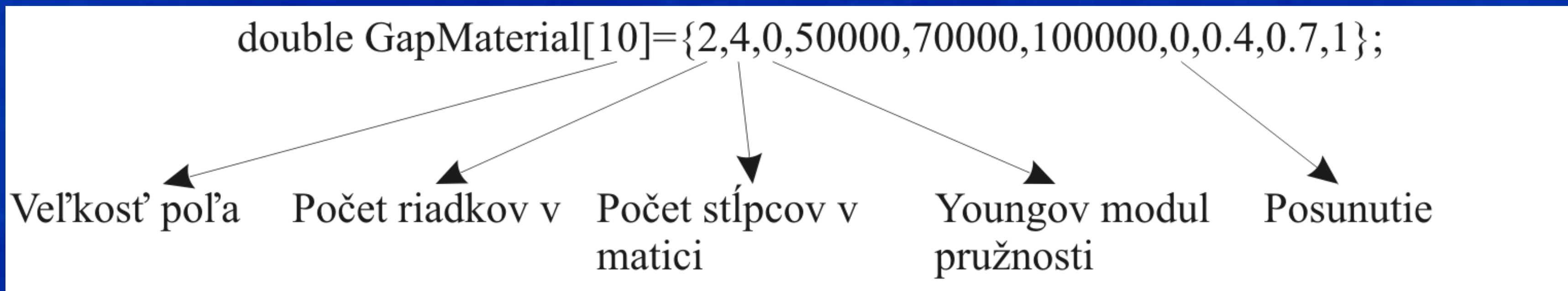
Rozmer prvku, ktorého materiál ideme zadávať

Poissonova konštanta

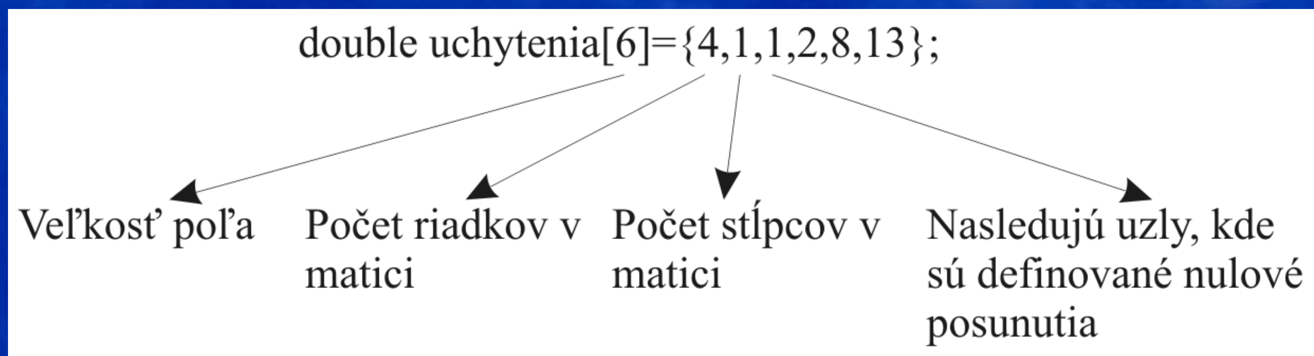
Dĺžka hrany

Youngov modul pružnosti

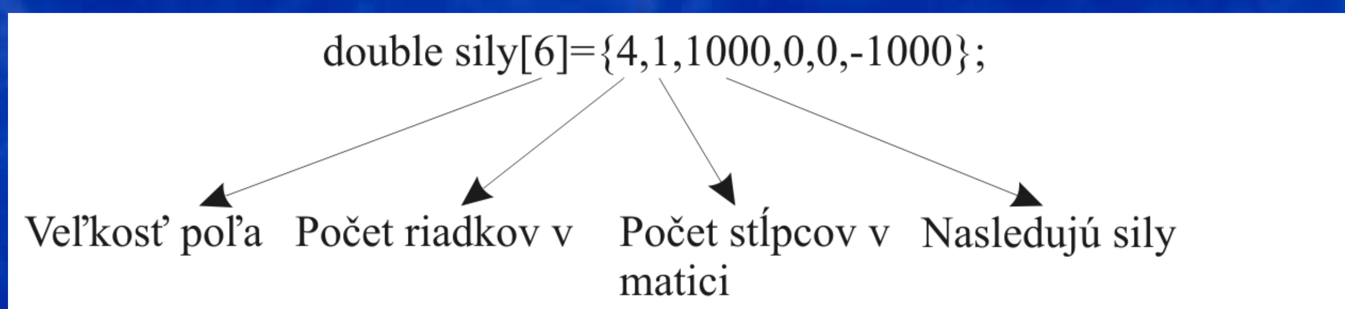
Obr. 8 **Príklad zadania materiálu**



Obr. 9 **Príklad zadania dodatočného materiálu pre medzerové elementy**



Obr. 10 **Príklad zadania uchytení**

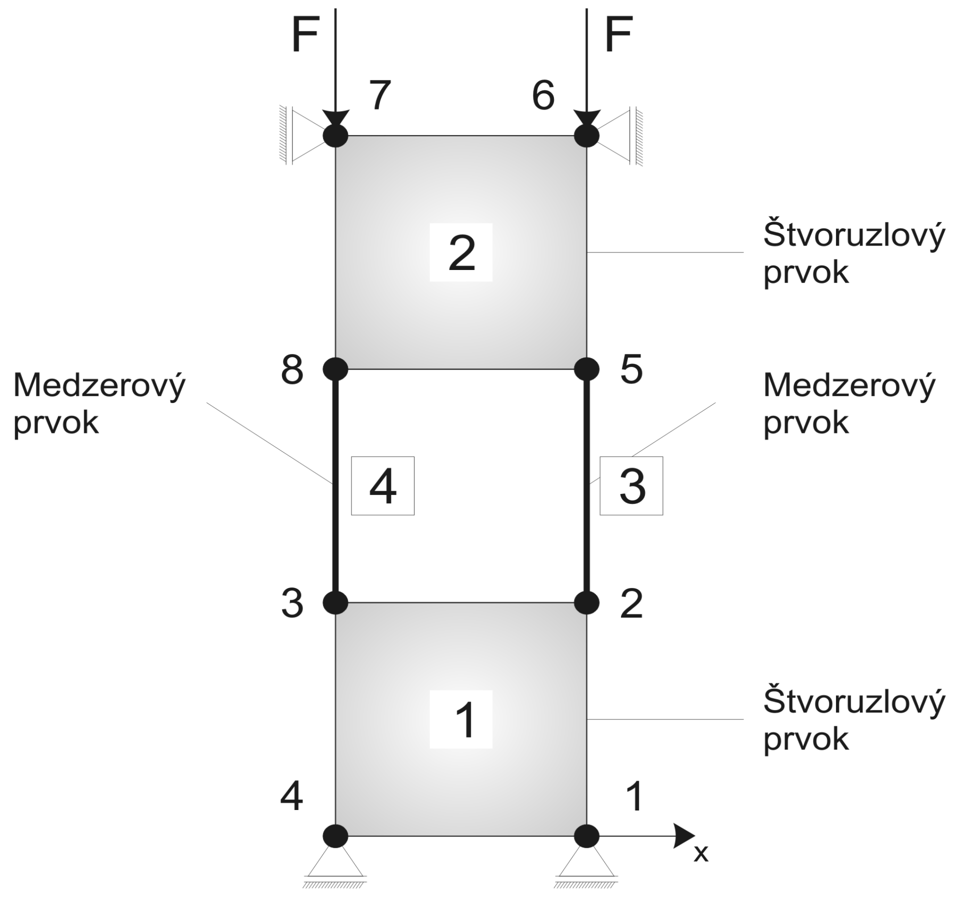


Obr. 11 **Príklad zadania síl**

Zoznam použitých funkcií

- *PrintMatrix* - výpis matice
- *InvMatrix* - inverzia matica
- *SciMatrix* - sčítanie dvoch matíc
- *OdcMatrix* - odčítanie dvoch matíc
- *NasMatrix* - násobenie matíc
- *TranMatrix* - transpozícia matice
- *RiesicMatrix* - riešenie systému rovníc $\mathbf{K}\,\mathbf{U} = \mathbf{F}$
- *LinMaticaTuhostiStvor* - má šesť parametrov
- *LinMaticaTuhostiPrutu* - má päť parametrov
- *GlobalnaMatica* - táto funkcia volá funkcie "LinMaticaTuhostiPrutu" a "LinMaticaTuhostiStvor" pre vytvorenie globálnej matice tuhosti.

Ilustračný príklad



Obr. 12 **Príklad**

E (Pa)	*0,0*	*50000*	*70000*	*100000*
ε	*0,0*	*0,4*	*0,7*	*1,0*

Číslo uzlu	Posunutie
1	*0*
2	*0*
3	*-7,11508E-17*
4	*0,166667*
5	*0,05*
6	*0,166667*
7	*0,05*
8	*0*
9	*-0,0334559*
10	*1,16667*
11	*0*
12	*1,32837*
13	*0*
14	*1,32837*
15	*0,0334559*
16	*1,16667*


Ďakujem za pozornosť